c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

Matemáticas 3ºESO

1ª EVALUACIÓN

4.1 Estadística: organizando información

Población y muestra

Visualiza el siguiente vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=tK40rexfXEc

Variables estadísticas

Visualiza el siguiente vídeo: https://www.youtube.com/watch?v=TnaRmn0KeR8

1. Indica cuál es la población, la variable a estudiar y el tipo de variable para cada uno de los siguientes casos:

a) Número de mascotas que hay en los hogares de San Martín de la Vega.
b) Peso de los recién nacidos en Madrid a lo largo del año pasado.
c) Profesiones que quieren tener los estudiantes del Colegio Vegasur.
d) Número de tarjetas amarillas mostradas en los partidos de fútbol de 1ª división en la temporada pasada.
e) Partido al que los electores pueden votar en las próximas elecciones municipales.
f) Tiempo semanal que dedican a la lectura los estudiantes de la ESO en San Martín de la Vega.

	POBLACIÓN	VARIABLE	TIPO DE VARIABLE
a)	Hogares de San Martín de la Vega.	Número de mascotas por hogar.	Cuantitativa discreta.
b)	Recién nacidos en Madrid a lo largo del año pasado	Peso.	Cuantitativa continua.
c)	Estudiantes del Colegio Vegasur.	Profesiones.	Cualitativa.
d)	Partidos de fútbol de 1ª división en la temporada pasada.	Nº de tarjetas amarillas.	Cuantitativa discreta.
e)	Población en edad de votar.	Partido político al que votan.	Cualitativa.
f)	Estudiantes de ESO del Colegio Vegasur.	Tiempo de lectura semanal.	Cuantitativa continua.

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

Recuento de datos. Frecuencias.

Visualiza los siguientes vídeos:

https://www.youtube.com/watch?v=rasDfwjR0QU

https://www.youtube.com/watch?v=ydziEsg2I-Y

https://www.youtube.com/watch?v=X1uqaHX6BKI&t=29s

En el vídeo llama n_i a la **frecuencia absoluta**, en el libro y en clase lo llamamos $\mathbf{f_i}$
En el vídeo llamaf_i a la **frecuencia relativa**, en el libro y en clase lo llamamos $\mathbf{h_i}$
En el vídeo llama N_i a la **frecuencia absoluta acumulada**, en el libro y en clase lo llamamos $\mathbf{F_i}$
$\mathbf{H_i}$ es la **frecuencia relativa acumulada**.

2. Se ha realizado una encuesta a 110 matrimonios de una cierta barriada. Entre las preguntas que se hicieron figuraba el número de hijos.

Estas son las respuestas:

2 2 0 3 1	2 3 3 3 2	1 2 2 1 3	2 3 3 1 4
2 4 3 1 3	2 4 2 2 3	1 2 3 3 2	3 2 4 1 3
3 3 2 2 3	3 1 5 2 0	5 2 2 2 3	3 1 4 2 2
3 2 3 3 3	2 4 3 2 6	2 3 2 2 4	4 2 1 3 2
2 2 2 1 1	3 1 2 2 4	3 5 2 4 1	3 2 1 0 0
1 2 1 3 4	2 2 2 1 3		

Construye con estos datos una tabla de frecuencias.

xi	fi	hi	%hi	Fi	Hi	%Hi
0	4	0,04	3,64	4	0,0364	3,64
1	18	0,16	16,36	22	0,2000	20,00
2	41	0,37	37,27	63	0,5727	57,27
3	32	0,29	29,09	95	0,8636	86,36
4	11	0,10	10,00	106	0,9636	96,36
5	3	0,03	2,73	109	0,9909	99,09
6	1	0,01	0,91	110	1,0000	100,00
	110	1				

Diagrama de barras.

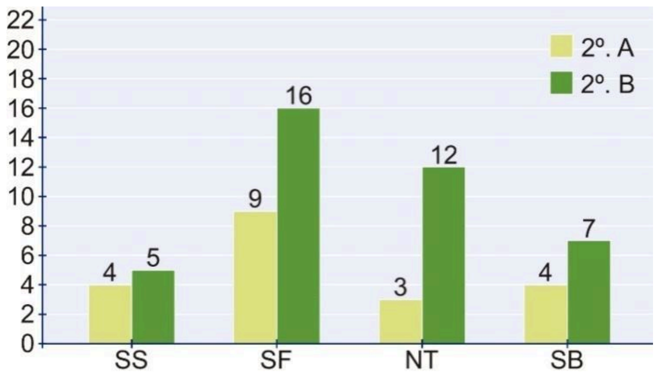
Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

Visualiza el siguiente vídeo:https://www.youtube.com/watch?v=Ar3oINo9vxI&t=1s

3. El siguiente diagrama de barras representa las notas que han sacado los alumnos de dos grupos de 2.º de ESO en Matemáticas. Para cada nota, la columna de la izquierda (color claro) corresponde a 2.º A, y la de la derecha (color oscuro) a 2.º B.



a) ¿Cuántos alumnos hay en 2.º A? ¿Y en 2.º B?
b) Determina la fracción de suspensos de cada grupo.
c) ¿Cuál es el porcentaje de aprobados en 2.º A? ¿Y en 2.º B?
d) Construye una tabla de frecuencias de cada uno de los grupos.

SOLUCIÓN:

a) 20 alumnos de 2º A, 40 alumnos de 2º B

b) $\frac{1}{5}$ en 2º A, $\frac{1}{8}$ en 2º B

c) 80% en 2ºA, 87,5 % en 2º B

d) Tabla de frecuencias 2º A

Notas x_i	f_i	h_i	F	H_i
SS	4	0,2	4	0.
SF	9	0,4	1	0,

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

NT	3	0,1	1	0,
SB	4	0,2	2	0,

Tabla de frecuencias 2º B

Notas x_i	f_i	h_i	F	H_i
SS	5	0,1	5	0.
SF	16	0,4	2	0,
NT	12	0,3	3	0,
SB	7	0,1	4	1

Medidas de centralización. Media, moda y mediana.

Visualiza los siguientes vídeos:
Medidas centralización https://www.youtube.com/watch?v=MjlH1g79o6c
Media https://www.youtube.com/watch?v=wkcmZju3CBM
Moda https://www.youtube.com/watch?v=lDuVnFDlERI&t=3s
Mediana I https://www.youtube.com/watch?v=vq_f69udZfc&t=19s
Mediana II https://www.youtube.com/watch?v=AfVWzR2k4EY

Medidas de centralización. Media, moda y mediana.

Visualiza los siguientes vídeos:
Medidas dispersión https://www.youtube.com/watch?v=i7ROnlq6qD0
Recorrido https://www.youtube.com/watch?v=yDbdADQz1Lo
Varianza I https://www.youtube.com/watch?v=LLsIf03y8Dg
Varianza II https://www.youtube.com/watch?v=OfHqdAiftlY&t=3s
Desviación Típica https://www.youtube.com/watch?v=ra7xzTH9NM0

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

4. Calcula los parámetros media, mediana, moda, recorrido, desviación media, varianza, desviación típica y coeficiente de variación en cada caso:
   a) 6, 3, 4, 2, 5, 5, 6, 4, 5, 6, 8, 9, 6, 7, 7, 6, 4, 6, 10, 6
   b) 11, 12, 12, 11, 10, 13, 14, 15, 14, 12
   c) 165, 167, 172, 168, 164, 158, 160, 167, 159, 162

Calculamos la tabla de frecuencias para facilitar el cálculo:

a) 2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 8, 9, 7, 7, 10

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
2	1	2	4
3	1	3	9
4	3	12	48
5	3	15	75
6	7	42	252
7	2	14	98
8	1	8	64
9	1	9	81
10	1	10	100
TOTAL	20	115	731

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{115}{20} = 5{,}75$$

Recorrido = 8

$$Me = \frac{6+6}{2} = 6$$

$DM = 1{,}4$

$Mo = 6$

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{731}{20} - 5{,}75^2 = 3{,}49$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{731}{20} - 5{,}75^2} = 1{,}87$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1{,}87}{5{,}75} = 0{,}3248 \rightarrow 32{,}48\,\%$$

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

b) 10, 11, 11, 12, 12, 12, 13, 14, 14, 15

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
10	1	10	100
11	2	22	242
12	3	36	432
13	1	13	169
14	2	28	392
15	1	15	225
TOTAL	10	124	1 560

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{124}{10} = 12,4 \qquad \text{Recorrido} = 5$$

$$Me = \frac{12+12}{2} = 12 \qquad DM = 1,28$$

$$Mo = 12$$

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{1\,560}{10} - 12,4^2 = 2,24$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1\,560}{10} - 12,4^2} = 1,50$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1,50}{12,4} = 0,1207 \rightarrow 12,07\,\%$$

c) 158, 159, 160, 162, 164, 165, 167, 167, 168, 172

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
158	1	158	24 964
159	1	159	25 281
160	1	160	25 600
162	1	162	26 244
164	1	164	26 896
165	1	165	27 225
167	2	334	55 778
168	1	168	28 224
172	1	172	29 584
TOTAL	10	1 642	269 796

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{1\,642}{10} = 164,2 \qquad \text{Recorrido} = 14$$

$$Me = \frac{164+165}{2} = 164,5 \qquad DM = 3,6$$

$$Mo = 167$$

$$\text{Varianza} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{269\,796}{10} - 164,2^2 = 17,96$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{269\,796}{10} - 164,2^2} = 4,24$$

$$\text{CV} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{4,24}{164,2} = 0,0258 \rightarrow 2,58\,\%$$

Tablas de frecuencias para datos agrupados

Visualiza los siguientes vídeos:
Tablas datos agrupados https://www.youtube.com/watch?v=1u3M3STIm2w
Histograma https://www.youtube.com/watch?v=Ce7sX649FA0&t=83s
Diagrama de sectores https://www.youtube.com/watch?v=57ZITvxSrYs&t=1s

5. El número de mensajes de WhatsApp que escribe Daniel a lo largo de los 30 días de un mes han sido los siguientes:

12	25	4	12	15	35	42	49	16	23
35	3	21	30	22	36	28	19	3	1
0	49	8	20	15	32	42	15	1	2

Agrupa los datos en intervalos de amplitud 10 y haz la tabla de frecuencias.
Calcula la media y desviación típica.
¿Cuál es la marca clase más frecuente? La marca de clase más frecuente es 5.

Mensajes	xi	fi	hi	hi (%)	Fi	Hi	Hi (%)	xi * fi	xi2 * fi
[0,10)	5	8	0,267	26,6667	8	0,2667	26,67	40	200
[10,20)	15	7	0,233	23,3333	15	0,5000	50,00	105	1575
[20,30)	25	6	0,200	20,0000	21	0,7000	70,00	150	3750
[30,40)	35	5	0,167	16,6667	26	0,8667	86,67	175	6125
[40,50)	45	4	0,133	13,3333	30	1,00	100,00	180	8100
		30	1	100				650	19750

Media	21,67
Varianza	188,89
Des Típica	13,74

6. En un centro de secundaria se ha preguntado a los alumnos de 3º por el número de materias aprobadas en la segunda evaluación. Las respuestas han sido:

N.º asignaturas aprobadas	0	1	2	3	4	5	6	7
N.º de alumnos	2	3	2	3	4	6	7	2

a) Indica la población a estudiar, la variable a estudiar y el tipo de variable.
b) Halla la moda, la mediana, la media
c) Halla la varianza y la desviación típica.

Solución:

La población a estudiar sería los alumnos de 3º ESO de un centro, la variable el número de asignaturas aprobadas por cada alumno y el tipo de variable sería cuantitativa discreta.

M_o= 6
M = 5
$\bar{x}$ = 4,2

S^2= 4,56
S= 2,14

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

4.2 Un mundo aleatorio

Visualiza los siguientes vídeos:

Experimento aleatorios. Espacio muestral https://www.youtube.com/watch?v=2J3EpDBCXoY&t=15s

Operaciones con sucesos https://www.youtube.com/watch?v=m0B--gG6BNQ&t=88s

Regla de Laplace https://www.youtube.com/watch?v=OslmB5CzH7o&t=5s

https://www.youtube.com/watch?v=T-4mYpiriV8&t=9s

Sucesos compatibles e incompatibles https://www.youtube.com/watch?v=ROu81SUR4iQ&t=3s

Experimentos compuestos https://www.youtube.com/watch?v=5VVN32zsjRQ&t=20s

Probabilidad de sucesos compuestos https://www.youtube.com/watch?v=RlMfwgjdJAU&t=1s

Probabilidad de sucesos dependientes e independientes (con reemplazamiento o sin reemplazamiento):

https://www.youtube.com/watch?v=yQPiyswqCY8

1. El espacio muestral asociado a un experimento aleatorio es $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$. Se definen los sucesos A, B y C de la siguiente manera:

$$A = \{a, b, c\} \qquad B = \{b, e, f, g\} \qquad C = \{a, b, e, g\}.$$

Calcula los siguientes sucesos:

a) $A \cup B$

b) $A \cap C$

c) $A \cap B \cap C$

d) $\bar{A} \cup C$

e) $\bar{B} \cap \bar{C}$

f) $(\overline{A \cup C})$

Solución:

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

a) $A \cup B = \{a,b,c,e,f,g\}$

b) $A \cap C = \{a,b\}$

c) $A \cap B \cap C = \{b\}$

d) $\bar{A} \cup C = \{a,b,d,e,f,g\}$

e) $\bar{B} \cap \bar{C} = \{c,d\}$

f) $(\overline{A \cup C}) = \{d,f\}$

2. Calcula la probabilidad de cada uno de los sucesos del ejercicio anterior.

Solución:

a) $P(A \cup B) = \frac{6}{7}$

b) $P(A \cap C) = \frac{2}{7}$

c) $P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{7}$

d) $P(\bar{A} \cup C) = \frac{6}{7}$

e) $P(\bar{B} \cap \bar{C}) = \frac{2}{7}$

f) $P(\overline{A \cup C}) = \frac{2}{7}$

3. Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Se consideran los siguientes sucesos:

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $\quad$ $B = \{4, 5, 6, 7\}$

Halla los sucesos:

a) $A \cup B$ d) $A \cap B$ g) $\bar{A}$

b) $\bar{B}$ e) $\bar{A} \cup \bar{B}$ h) $\overline{A \cup B}$

c) $\overline{A \cap B}$ f) $\bar{A} \cup B$ i) $\bar{A} \cup \bar{B}$

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

Solución:

a) $A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

b) $\bar{B} = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$

c) $\overline{A \cap B} = \overline{\{5, 7\}} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

d) $A \cap B = \{5, 7\}$

e) $\bar{A} \cap \bar{B} = \{2, 8, 10\}$

f) $\bar{A} \cup B = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 10\}$

g) $\bar{A} = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

h) $\overline{A \cup B} = \{2, 8, 10\}$

i) $\bar{A} \cup \bar{B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$

4. Se lanzan dos dados cúbicos y se suman las puntuaciones. Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
   a) Que sumen más de 6.
   b) Que sumen un número par.
   c) Que sumen 10.
   d) Que sumen menos de 10 y más de 7.
   e) Que sumen entre 2 y 5.
   f) Que sumen más de 9 o menos de 3.
   g) Que no sumen más de 8.

5. Al elegir al azar un número del 1 al 12 se consideran los sucesos A="salir número primo", B="salir un número par" y C="salir mayor que 7". Realiza las siguientes operaciones.
   a. $A \cap B$
   b. $B \cup C$
   c. $A \cap C$
   d. $\overline{A \cap B}$
   e. $\bar{A} \cap \bar{B}$
   f. $\bar{A} \cup \bar{C}$

Solución:

$A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

$C = \{8, 9, 10, 11, 12\}$

a. $A \cap B = \{2\}$

b. $B \cup C = \{2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$

c. $A \cap C = \{11\}$

d. $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

Colegio Bilingüe VEGA SUR
c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID
91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

e. $\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 9\}$

f. $\overline{A} \cup \overline{C} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12\}$

6. Se realiza un experimento aleatorio que consiste en lanzar un dado con 10 caras numeradas del 1 al 10 consideramos los sucesos A salir un número par y B salir un número múltiplo de 4.
   a) Halla $\overline{A}$, $A \cup B$, $\overline{A} \cup B$.
   b) ¿Son incompatibles los sucesos A y B? Razona la respuesta.

El espacio muestral es $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
$\overline{A} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
$\overline{A} \cup B = \{1, 3, 4, 5, 7, 8, 9\}$
Los sucesos A y B no son incompatibles (es decir, son compatibles), ya que $A \cap B = \{4, 8\} \neq \varnothing$.

7. Se saca una bola al azar de una bolsa, se mira su color, se devuelve a la bolsa y se saca otra bola. La bolsa contiene 5 bolas blancas y 10 negras. Calcula las probabilidades de que:

a) Las dos bolas sean blancas.
b) Las dos bolas sean negras.
c) La primera bola sea blanca y la segunda negra.
d) La primera bola sea negra y la segunda blanca.
e) Una bola sea blanca y otra negra.

SOLUCIÓN:

Primero definimos los sucesos:
B=”que salga bola blanca”
N=”que salga bola negra”
Como la bola se devuelve a la urna, los sucesos son **independientes**.

a) $$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{5}{15} = \frac{1}{9}$$

b) $$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P(N_2) = \frac{10}{15} \cdot \frac{10}{15} = \frac{4}{9}$$

c) $$P(B_1 \cap N_2) = P(B_1) \cdot P(N_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{15} = \frac{2}{9}$$

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

d) $$P(N_1 \cap B_2) = P(N_1) \cdot P(B_2) = \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{15} = \frac{2}{9}$$

e) $$P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(N_2) + P(N_1) \cdot P(B_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{15} + \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{15} = \frac{4}{9}$$

8. Se sacan dos bolas al azar de una bolsa que contiene 5 bolas blancas y 10 negras. Calcula las probabilidades de que:

a) Las dos bolas sean blancas.
b) Las dos bolas sean negras.
c) La primera bola sea blanca y la segunda negra.
d) La primera bola sea negra y la segunda blanca.
e) Una bola sea blanca y otra negra.

SOLUCIÓN:

Primero definimos los sucesos:
B=”que salga bola blanca”
N=”que salga bola negra”
Como la bola no se devuelve a la urna, los sucesos son **dependientes**.

a) $$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(B_2 / B_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} = \frac{2}{21}$$

b) $$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P(N_2 / N_1) = \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3}{7}$$

c) $$P(B_1 \cap N_2) = P(B_1) \cdot P(N_2 / B_1) = \frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} = \frac{5}{21}$$

d) $$P(N_1 \cap B_2) = P(N_1) \cdot P(B_2 / N_1) = \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{5}{21}$$

e) $$P(B_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap B_2) = P(B_1) \cdot P(N_2 / B_1) + P(N_1) \cdot P(B_2 / N_1) =$$
$$\frac{5}{15} \cdot \frac{10}{14} + \frac{10}{15} \cdot \frac{5}{14} = \frac{10}{21}$$

9. Se sacan dos temas alazar de un total de 10 temas de un examen.Un alumno ha estudiado 6 temas. Calcula la probabilidad de que el alumno:

a) Sepa los dos temas.
b) No sepa ningún tema.

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

c) Sepa el primer tema y el segundo no.

d) Sepa el segundo tema pero no el primero.

e) Sepa algún tema.

SOLUCIÓN:

Primero definimos los sucesos:

S=”que salga tema que sabe”

N=”que salga tema que **NO** sabe”

Como no puede salir dos veces el mismo tema, una vez que se ha elegido un tema la probabilidad cambia para el siguiente, es decir, los sucesos son **dependientes**.

a) $$P(S_1 \cap S_2) = P(S_1) \cdot P(S_2 / S_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$$

b) $$P(N_1 \cap N_2) = P(N_1) \cdot P(N_2 / N_1) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{15}$$

c) $$P(S_1 \cap N_2) = P(S_1) \cdot P(N_2 / S_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = \frac{4}{15}$$

d) $$P(N_1 \cap S_2) = P(N_1) \cdot P(S_2 / N_1) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15}$$

e) Tenemos 2 formas de hacer este apartado:

Primera forma: La probabilidad de que sepa algún tema es la probabilidad de que sepa el 1° y el 2°, más la probabilidad de que se sepa el 1° y **no** sepa el segundo, más la probabilidad de que **no** se sepa el 1° pero que sepa el 2°

$$P(S_1 \cap S_2) + P(S_1 \cap N_2) + P(N_1 \cap S_2) = P(S_1) \cdot P(S_2 / S_1) + P(S_1) \cdot P(N_2 / S_1) +$$
$$P(N_1) \cdot P(S_2 / N_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{78}{90} = \frac{13}{15}$$

Segunda forma: Utilizando el complementario, es decir, la probabilidad de que se sepa algún tema es igual a la probabilidad del complementario de que **no** se sepa ningún tema.

$$P(\text{sepa algún tema}) = 1 - P(N_1 \cap N_2) = 1 - P(N_1) \cdot P(N_2 / N_1) = 1 - \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{13}{15}$$

10. **En una clase de 30 alumnos, hay 20 alumnos que tardan menos de 5 minutos en llegar de su casa al instituto, 6 alumnos tardan más de 5 y menos de 10 minutos y 4 alumnos tardan más de 10 minutos. Elegimos dos de ellos al azar.**

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

a) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos tarden menos de 5 minutos?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el primero tarde menos de 5 minutos, y el segundo, más de 10?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el primero tarde más de 10 minutos, y el segundo, entre 5 y 10?

d) ¿Cuál es la probabilidad de que los dos tarden más de 10?

SOLUCIÓN:

Primero definimos los sucesos:

A=”que tarde menos de 5 min”

B=”que tarde entre 5 min y 10 min”

C=” que tarde más de 10 min”

Como no puedo salir dos veces el mismo alumno, una vez que se ha elegido a un alumno la probabilidad cambia para elegir el siguiente, es decir, los sucesos son **dependientes**.

f) $$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2 / A_1) = \frac{20}{30} \cdot \frac{19}{29} = \frac{38}{87}$$

g) $$P(A_1 \cap C_2) = P(A_1) \cdot P(C_2 / A_1) = \frac{20}{30} \cdot \frac{4}{29} = \frac{8}{87}$$

h) $$P(C_1 \cap B_2) = P(C_1) \cdot P(B_2 / C_1) = \frac{4}{30} \cdot \frac{6}{29} = \frac{4}{145}$$

i) $$P(C_1 \cap C_2) = P(C_1) \cdot P(C_2 / C_1) = \frac{4}{30} \cdot \frac{3}{29} = \frac{2}{15}$$

11. En una bolsa hay 15 caramelos de menta y 25 de limón. Se extraen 2 caramelos al azar. Halla la probabilidad de que el primero sea de menta y el segundo de limón:

a) Con reemplazamiento del primer caramelo.

b) Sin reemplazamiento.

SOLUCIÓN:

Primero definimos los sucesos:

M=”que salga caramelo de menta”

L=”que salga caramelo de limón”

f) Con reemplazamiento.

$$P(M_1 \cap L_2) = P(M_1) \cdot P(L_2) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{40} = \frac{15}{64} \approx 0.234$$

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

g) Sin reemplazamiento.

h) $$P(M_1 \cap L_2) = P(M_1) \cdot P(L_2 / M_1) = \frac{15}{40} \cdot \frac{25}{39} = \frac{25}{104} \approx 0.24$$

12. Una urna contiene 10 bolas negras, 12 azules y 5 rojas, se extraen 2 bolas al azar (sin reemplazamiento). Halla la probabilidad de que ambas sean del mismo color.

SOLUCIÓN:

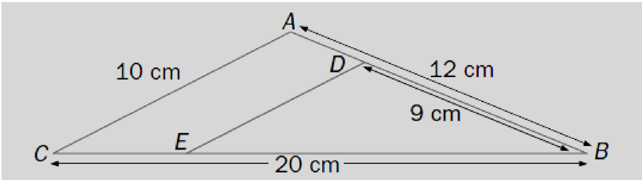
Primero definimos los sucesos:
N="que salga bola negra"
A="que salga bola azul"
R="que salga bola roja"

Como es sin reemplazamiento entonces la bola **no** se devuelve a la urna y, por tanto, los sucesos son dependientes.

$$P(\text{mismo color}) = P(N_1 \cap N_2) + P(A_1 \cap A_2) + P(R_1 \cap R_2) = P(N_1) \cdot P(N_2 / N_1) +$$
$$P(A_1) \cdot P(A_2 / A_1) + P(R_1) \cdot P(R_2 / R_1) = \frac{5}{27} \cdot \frac{4}{26} + \frac{10}{27} \cdot \frac{9}{26} + \frac{12}{27} \cdot \frac{11}{26} = \frac{121}{356} \approx 0.3447$$

2.1 Semejantes, pero no iguales

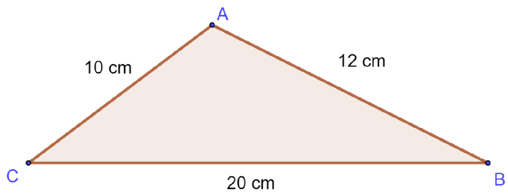
1. Calcula la medida de los segmentos $\overline{DE}$ y $\overline{CE}$.

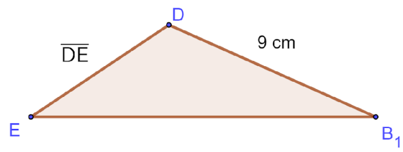


Para hallar la medida de $\overline{CE}$ utilizamos el **Teorema de Tales**:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{CB}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{CE}}\Rightarrow\frac{12}{20}=\frac{3}{\overline{CE}}\Rightarrow 12\cdot\overline{CE}=20\cdot 3\Rightarrow\overline{CE}=\frac{20\cdot 3}{12}\Rightarrow\overline{CE}=5cm$$

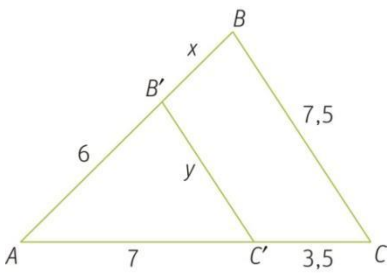
Para hallar la medida de $\overline{DE}$ necesitamos aplicar la **semejanza de triángulos**:





$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{DE}}\Rightarrow\frac{12}{9}=\frac{10}{\overline{DE}}\Rightarrow 12\cdot\overline{DE}=9\cdot 10\Rightarrow\overline{CE}=\frac{9\cdot 10}{12}\Rightarrow\overline{CE}=7.5cm$$

2. Calcula las medidas desconocidas:

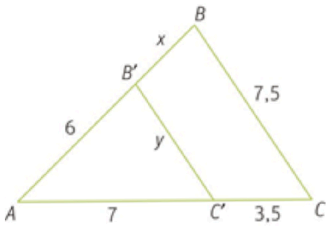


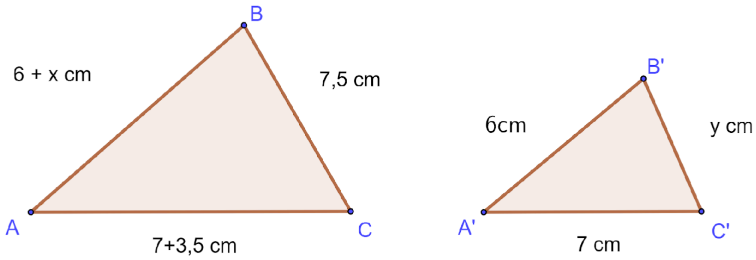
Para hallar la medida de x utilizamos el **Teorema de Tales**:

Colegio Bilingüe VEGA SUR
c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID
91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

$$\frac{6}{7}=\frac{x}{3,5}\Rightarrow 7\cdot x=6\cdot 3,5\Rightarrow x=\frac{6\cdot 3,5}{7}\Rightarrow x=3cm$$

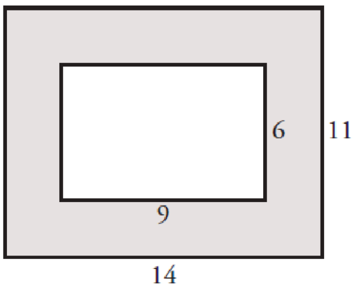
Para hallar la medida de y necesitamos aplicar la **semejanza de triángulos**:





$$\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}\Rightarrow\frac{10,5}{7}=\frac{7,5}{y}\Rightarrow 10,5\cdot y=7\cdot 7,5\Rightarrow y=\frac{7\cdot 7,5}{10,5}\Rightarrow y=5cm$$

3. Una fotografía de 9 cm de ancha y 6 cm de alta tiene alrededor un marco de 2,5 cm de ancho. ¿Son semejantes los rectángulos interior y exterior del marco? Responde razonadamente.



$\frac{14}{9}\neq\frac{11}{6}\rightarrow$ No son semejantes.

4. En un mapa cuya escala es 1:1 500 000, la distancia entre dos ciudades es 2,5 cm.
   a) ¿Cuál es la distancia real entre ellas?

$$\text{a) }\left.\begin{array}{ccc}1 & \rightarrow & 1\,500\,000\\ 2,5 & \rightarrow & x\end{array}\right\}\ x=2,5\cdot 1\,500\,000=3\,750\,000\text{ cm}=37,5\text{ km}$$

   b) ¿Cuál será la distancia en ese mapa entre dos ciudades A y B cuya distancia real es 360 km?

$$\text{b) }\left.\begin{array}{ccc}1\,500\,000 & \rightarrow & 1\\ 36\,000\,000 & \rightarrow & x\end{array}\right\}\ x=\frac{36\,000\,000}{1\,500\,000}=24\text{ cm}$$

Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

5. Una maqueta está hecha a escala 1:250. Calcula:

a) Las dimensiones de una torre cilíndrica que en la maqueta mide 6 cm de altura y 4 cm de diámetro.

$$\text{a)}\ \left.\begin{array}{lcc} 1\text{ cm} & \rightarrow & 250\text{ cm}\\ 6\text{ cm} & \rightarrow & \text{h}\\ 4\text{ cm} & \rightarrow & d\end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{h} = 1\,500\text{ cm} = 15\text{ m}\\ d = 1\,000\text{ cm} = 10\text{ m}\end{array}$$

La torre cilíndrica mide 15 m de altura y 10 m de diámetro.

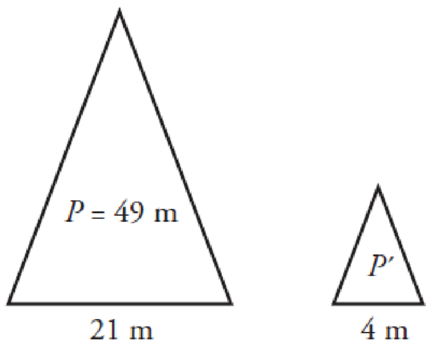
b) La superficie de un jardín que en la maqueta ocupa 40 cm2.

$$\text{b)}\ 40 \cdot 250^2 = 2\,500\,000\text{ cm}^2 = 250\text{ m}^2$$

c) El volumen de una piscina que en la maqueta contiene 20 cm3 de agua.

$$\text{c)}\ 20 \cdot 250^3 = 312\,500\,000\text{ cm}^3 = 312{,}5\text{ m}^3$$

6. El perímetro de un triángulo isósceles es 49 m y su base mide 21 m. Halla el perímetro de otro triángulo semejante, cuya base mide 4 m. ¿Cuál es la razón de semejanza entre el triángulo mayor y el menor?



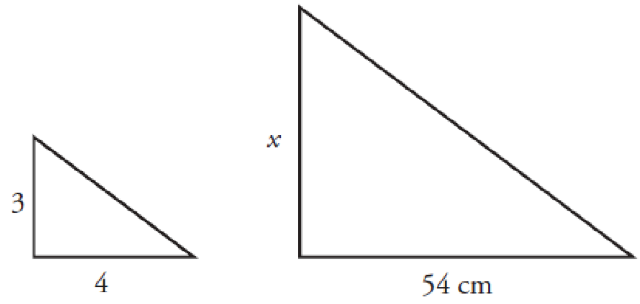
$$\frac{21}{4} = 5{,}25$$

Perímetro del triángulo semejante:

$$P' = \frac{49}{5{,}25} = 9{,}33\text{ m}$$

La razón de semejanza es 5,25.

7. En un triángulo rectángulo, la relación entre los catetos es 3/4. Halla el perímetro de otro triángulo semejante en el que el cateto menor mide 54 cm.



$$\frac{54}{x} = \frac{3}{4} \rightarrow x = \frac{54 \cdot 4}{3} = 72 \text{ cm mide el cateto mayor.}$$

$$h = \sqrt{54^2 + 72^2} = 90 \text{ cm mide la hipotenusa.}$$

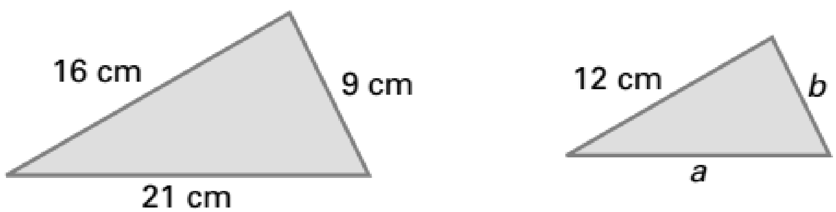
$$\text{Perímetro} = 54 + 72 + 90 = 216 \text{ cm}$$

8. Los lados mayores de dos triángulos semejantes miden 8 cm y 13,6 cm, respectivamente. Si el área del primero es 26 cm2, ¿cuál es el área del segundo?

$$\text{Razón de semejanza} = \frac{13{,}6}{8} = 1{,}7$$

$$\text{Área del segundo} = 26 \cdot 1{,}7^2 = 75{,}14 \text{ cm}^2$$

9. Sabemos que estos dos triángulos son semejantes. Calcula los lados que faltan.



$$\frac{12}{16} = \frac{a}{21} \rightarrow a = 15{,}75 \text{ cm}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{b}{9} \rightarrow b = 6{,}75 \text{ cm}$$

10. Los catetos de un triángulo rectángulo que miden 9 m y 12 m. ¿Cuánto medirán los catetos de un triángulo semejante al primero cuya hipotenusa mide 45 m?

Primero calculamos la hipotenusa del primer triángulo:

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

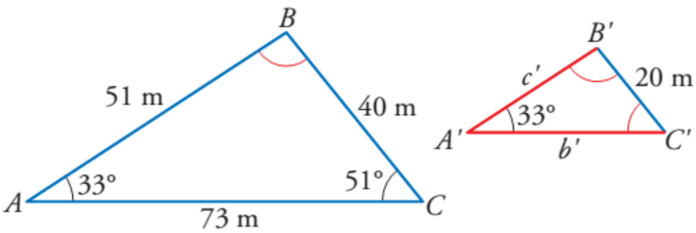
91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

$$h^2 = 9^2 + 12^2 \Rightarrow h^2 = 81 + 144 \Rightarrow h^2 = 225 \Rightarrow h = 15m$$

Ahora calculamos la razón entre las dos hipotenusas:

$k = \frac{45}{15} = 3$ Entonces, también multiplicamos a los dos primeros catetos por la razón de semejanza que acabamos de hallar: $9 \cdot 3 = 27m$ y $12 \cdot 3 = 36m$

11. Sabemos que los siguientes triángulos son semejantes. Halla los lados y los ángulos que faltan.



$\hat{B} = 180° – 51° – 33° = 96°$ $\hat{B}' = 96°$ $b' = \frac{73}{2} = 36{,}5m$

$\hat{B}' = 51°$ $c' = \frac{51}{2} = 25{,}5m$

12. Los lados de un pentágono miden 2, 4, 5, 5 y 8 cm. Calcula los lados de un pentágono, semejante al anterior, cuyo perímetro mide 12 cm.

El perímetro del pentágono de lados 2, 4, 5, 5 y 8 cm es 24.

Por tanto, la razón de semejanza es $k = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

Lado 2 cm □ $2 \cdot \frac{1}{2} = 1cm$ Lados 5 cm □ $5 \cdot \frac{1}{2} = 2{,}5cm$

Lado 4 cm □ $4 \cdot \frac{1}{2} = 2cm$ Lado 8 cm □ $8 \cdot \frac{1}{2} = 4$

13. Los lados de un cuadrilátero miden 5, 5, 6 y 10 cm. El lado mayor de otro cuadrilátero, semejante al anterior, mide 15 cm. Calcula el resto de lados de este nuevo cuadrilátero y comprueba que la razón de los perímetros coincide con la razón de semejanza.

La razón de semejanza de los dos cuadriláteros es $k = \frac{15}{10} = 1{,}5$

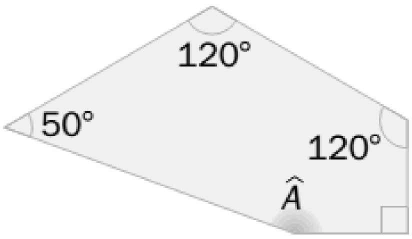
Los lados del nuevo cuadrilátero medirán:

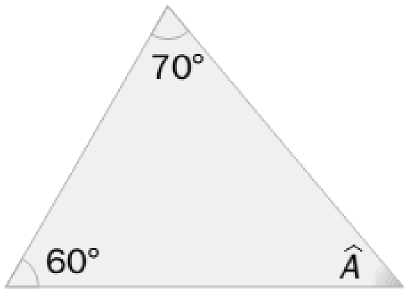
Lados 5 cm □ $5 \cdot 1{,}5 = 7{,}5$ cm   Lado 6 cm □ $6 \cdot 1{,}5 = 9$ cm   Lado 10 cm □ $10 \cdot 1{,}5 = 15$ cm

El perímetro del cuadrilátero original es 26 cm y, el del nuevo cuadrilátero, 39.

La razón de los perímetros es $\frac{39}{26} = 1{,}5$ que coincide con la razón de semejanza.

14. Averigua la medida del ángulo Â de la figura.





$180(5-2) = 50 + 120 + 120 + 90 + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 160^\circ$

$180 = 60 + 70 + \hat{A} \Rightarrow \hat{A} = 50^\circ$

15. Los lados de un triángulo miden 45, 55 y 80 cm. Los lados de otro triángulo miden 18, 22 y 34 cm. ¿Se trata de triángulos semejantes? ¿Por qué?

$$\frac{45}{18} = \frac{55}{22} = 2{,}5 \neq \frac{80}{34} = 2{,}35$$

No son semejantes porque no tienen los tres lados proporcionales.

16. Los lados de un triángulo miden, respectivamente, 10, 12 y 14 centímetros. Los de otro triángulo miden 15, 18 y 21 centímetros. ¿Son semejantes?

$$\frac{10}{14} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = 1{,}5$$

Son semejantes, puesto que los lados son proporcionales.

17. Halla la suma de los ángulos interiores en cada caso:
    a) Un pentágono
    b) Un decágono

a) $S = 180 \cdot (n-2) \Rightarrow S = 180 \cdot (5-2) = 180 \cdot 3 = 540°$

b) $S = 180 \cdot (n-2) \Rightarrow S = 180 \cdot (10-2) = 180 \cdot 8 = 1440°$

18. Halla la medida de cada uno de los ángulos interiores de:
    a) Un pentágono regular
    b) Un hexágono regular
    c) Un decágono regular

a) $\alpha = \dfrac{180 \cdot (n-2)}{n} \Rightarrow \alpha = \dfrac{180 \cdot (5-2)}{5} = 108°$

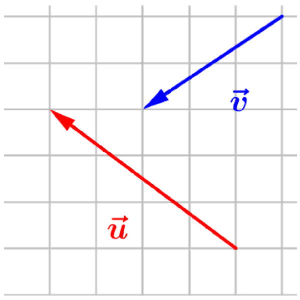
b) $\alpha = \dfrac{180 \cdot (n-2)}{n} \Rightarrow \alpha = \dfrac{180 \cdot (6-2)}{6} = 120°$

c) $\alpha = \dfrac{180 \cdot (n-2)}{n} \Rightarrow \alpha = \dfrac{180 \cdot (10-2)}{10} = 144°$

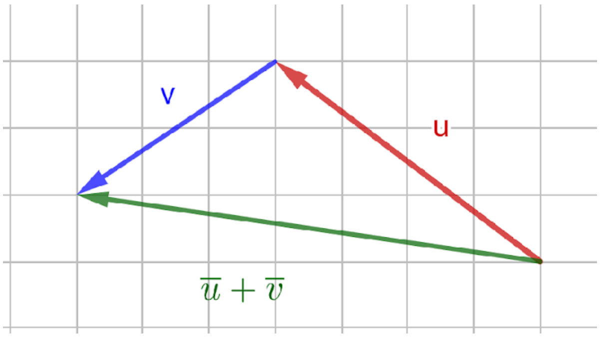
2ª EVALUACIÓN

2.2 Movimientos en el plano, creando belleza

1. Realiza la suma de los siguientes vectores de forma **gráfica** y **analítica**:



Para realizar la suma de **forma gráfica** ponemos un vector a continuación de otro.



Para realizar la suma de **forma analítica** primero sacamos las coordenadas o componentes de los vectores:

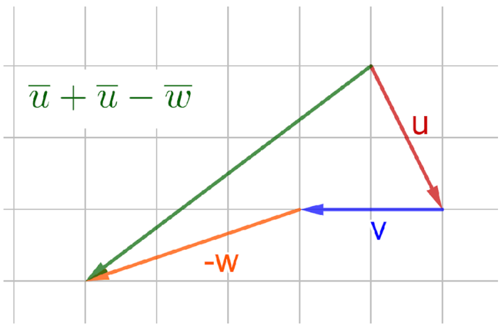
$\vec{u}=(-4,3),\ \vec{v}=(-3,-2)$ y después realizamos la suma.

$$\vec{u}+\vec{v}=(-4,3)+(-3,-2)=(-7,1)$$

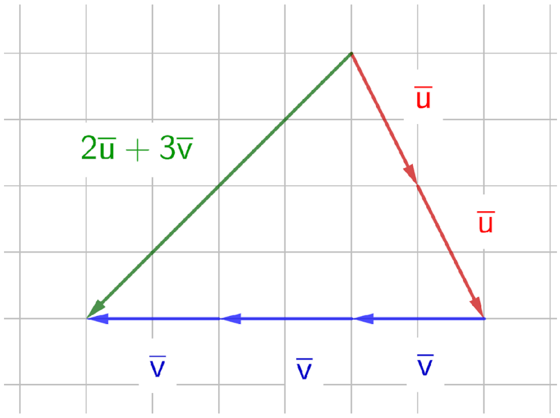
2. Dado los vectores $\vec{u}=(1,-2),\ \vec{v}=(-2,0)\ \text{y}\ \vec{w}=(3,1)$ calcula las coordenadas de los siguientes vectores de forma **gráfica** y **analítica**.

$\vec{u}+\vec{v}-\vec{w}$ **b)** $2\vec{u}+3\vec{v}$

a) $\vec{u}+\vec{v}-\vec{w}=(1,-2)+(-2,0)-(3,1)=(1,-2)+(-2,0)+(-3,-1)=(-4,-3)$



$$\overrightarrow{2u}+3\vec{v}=2(1,-2)+3(-2,0)=(2,-4)+(-6,0)=(-4,-4)$$



3. Calcula las coordenadas del vector $\overrightarrow{AB}$ en los siguientes casos.

a) $A(1,-2)$ y $B(4,3)$ **c)** $A(-2,0)$ y $B(4,-5)$ **e)** $A(-3,5)$ y $B(0,0)$

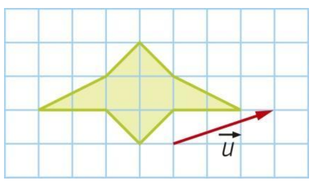
a) $\overrightarrow{AB}=(4,3)-(1,-2)=(3,5)$ **c)** $\overrightarrow{AB}=(4,-5)-(-2,0)=(6,-5)$ **e)** $\overrightarrow{AB}=(0,0)-(-3,5)=(3,-5)$

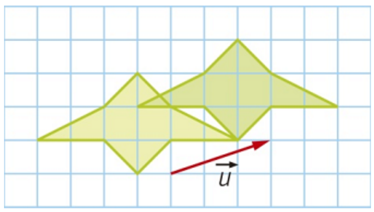
4. Dado el vector $\overrightarrow{AB}$ calcula en cada caso las coordenadas del punto desconocido.

a) $\overrightarrow{AB}=(1,7)$ y $A(1,-2)$ **c)** $\overrightarrow{AB}=(2,2)$ y $B(4,-5)$ **e)** $\overrightarrow{AB}=(-8,5)$, $B(0,0)$

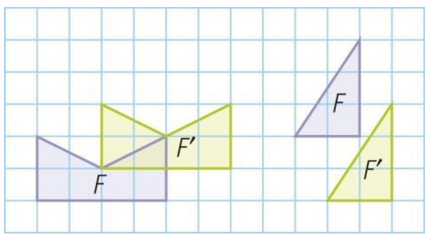
a) $B=(1,-2)+(1,7)=(2,5)$ **c)** $A=(4,-5)-(2,2)=(2,-7)$ **e)** $A=(0,0)-(-8,5)=(8,-5)$

5. Traslada la siguiente figura mediante la traslación del vector $\vec{u}$.



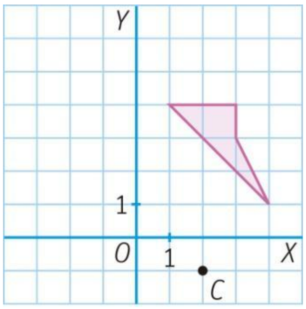


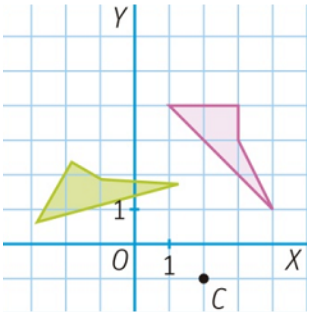
6. Encuentra el vector de traslación de la figura F en la figura F´, en los siguientes casos.



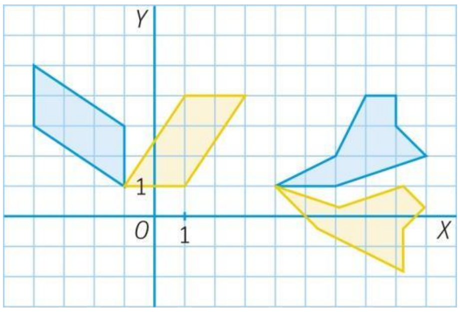
a) $\vec{u}=(2,1)$ **b)** $\vec{u}=(1,-2)$

7. Halla la figura que se obtiene al girar el siguiente polígono un ángulo de 60° con centro en C(2, –1).





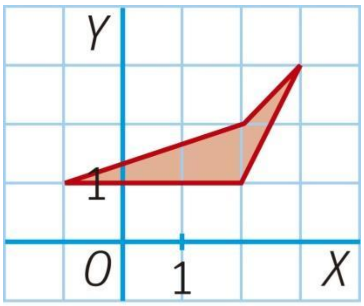
8. Halla el centro y la amplitud del giro que transforma las figuras verdes en las figuras azules.

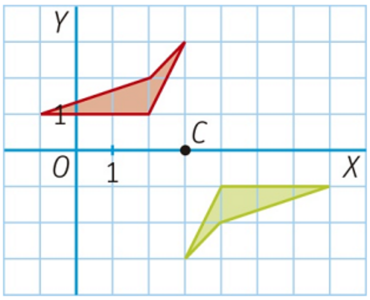


a) Giro de 90° con centro en *C*(–1, 1)

b) Giro de –45° con centro en *C*(4, 1)

9. Halla la figura que se obtiene aplicando una simetría central respecto de C(3, 0) a la siguiente figura.

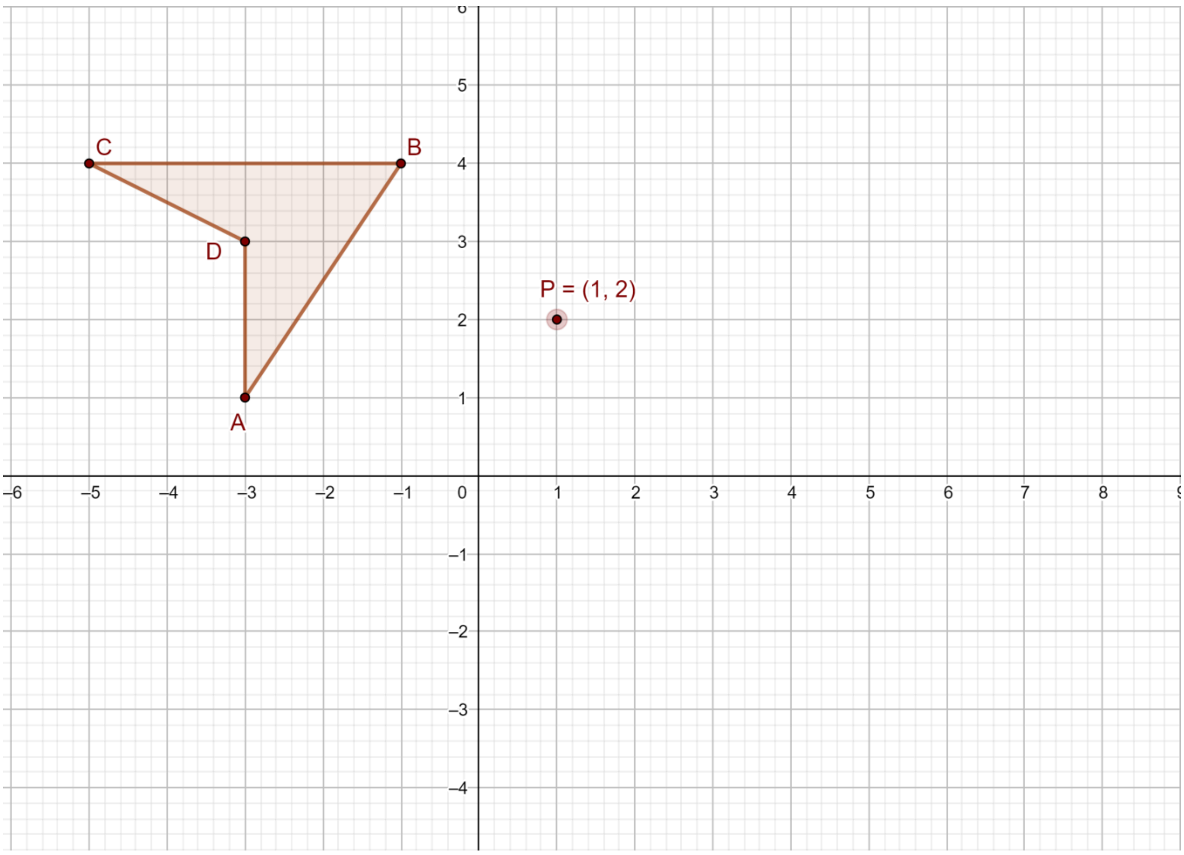




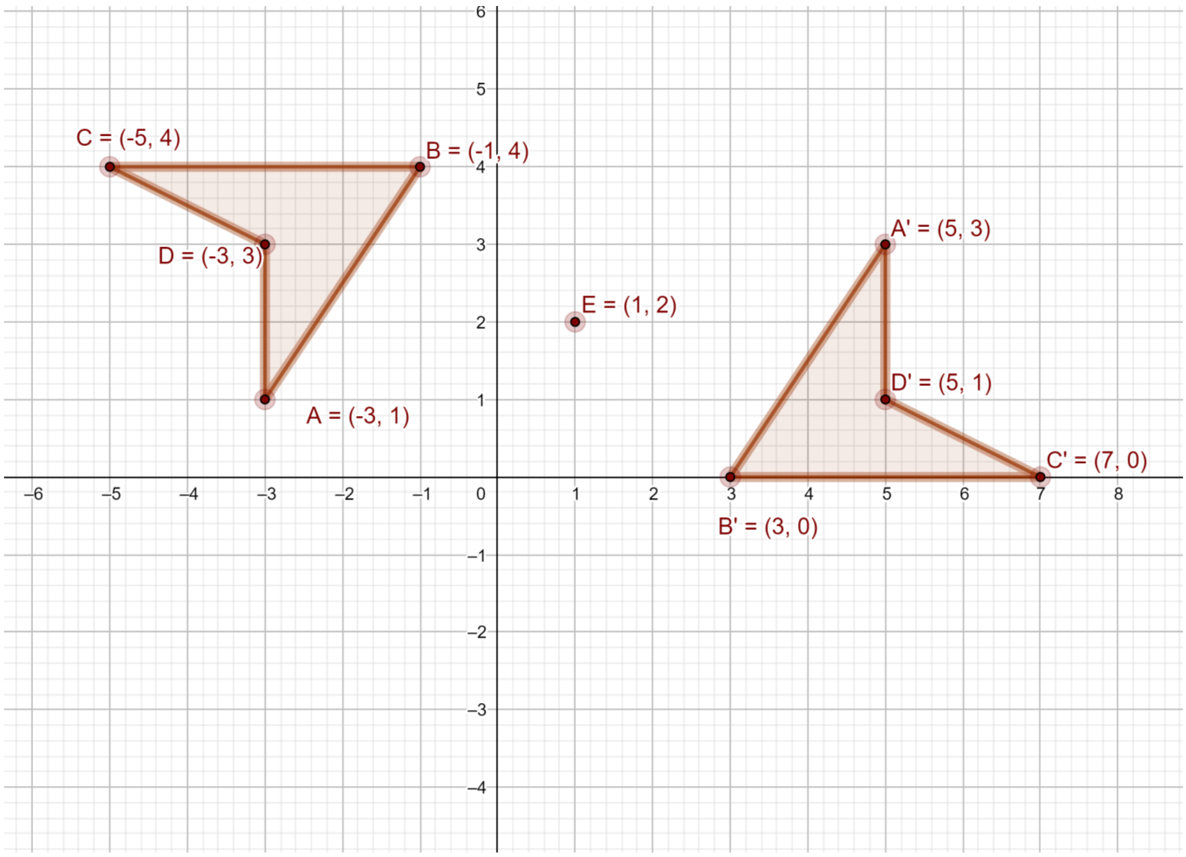
c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

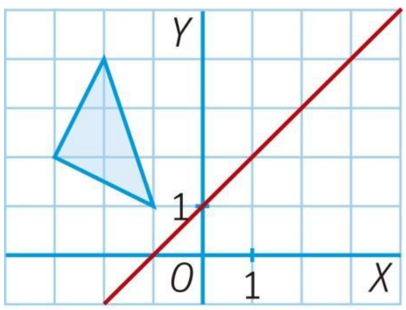
10. Realiza una simetría central de centro P=(1,2) de la siguiente figura:

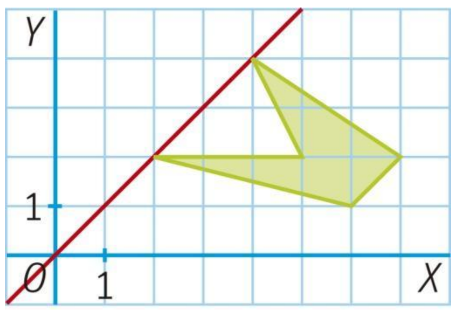


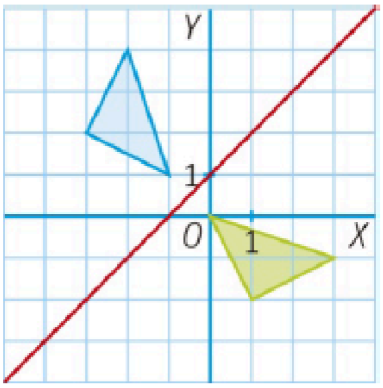
Colegio Bilingüe VEGA SUR
c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID
91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

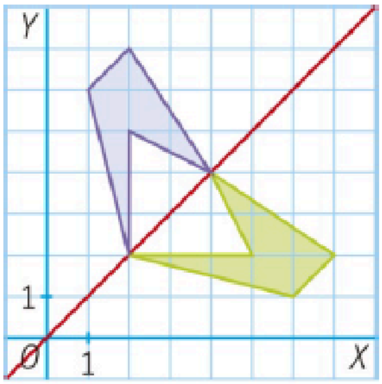


11. Dibuja las figuras simétricas de las dadas respecto a las rectas que se indican.

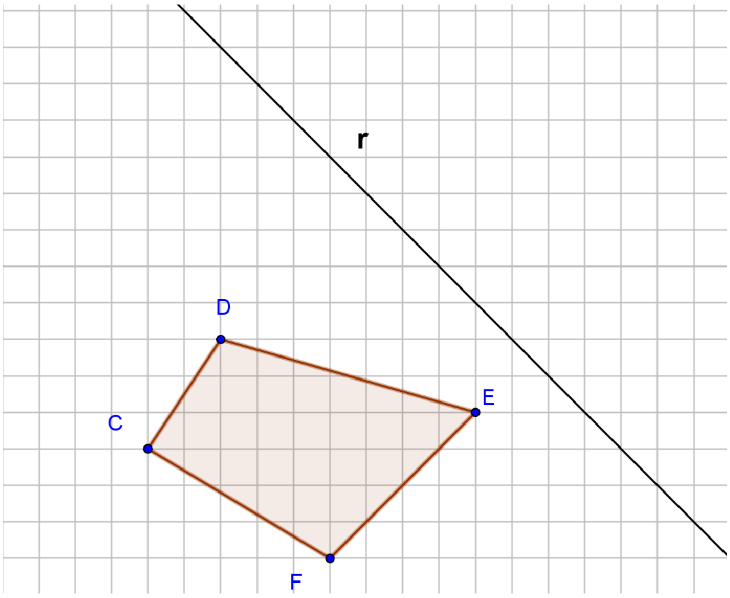






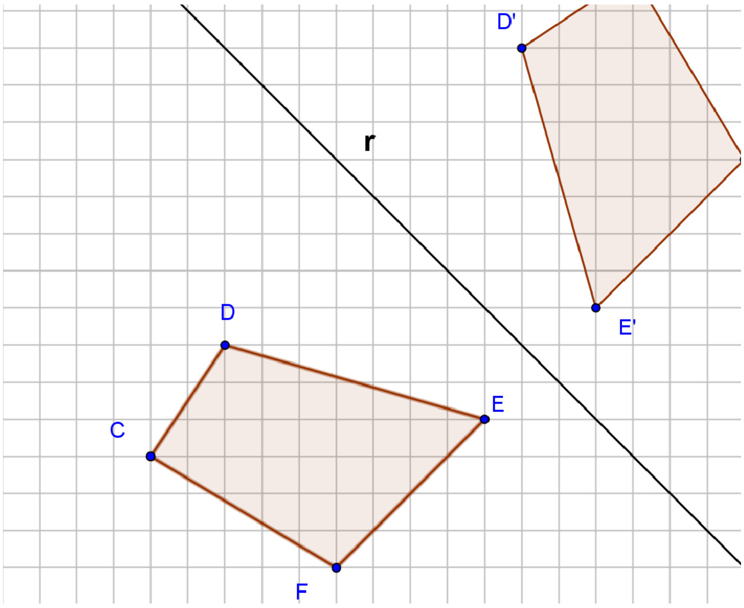


12. Realiza una simetría axial respecto de la recta r:

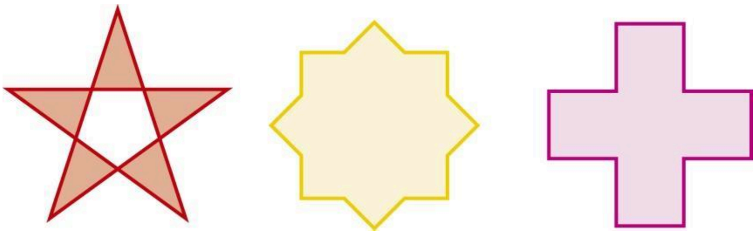


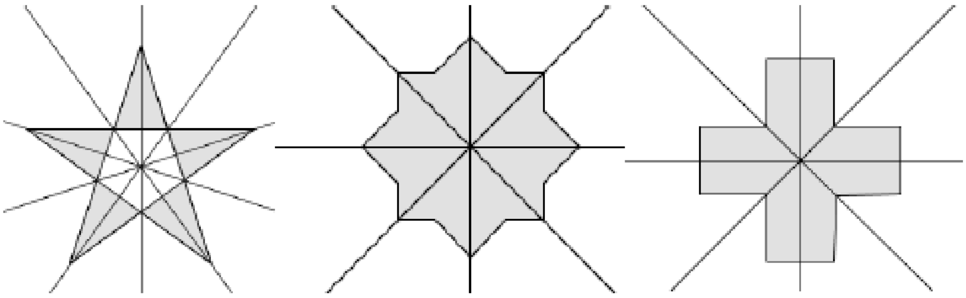
c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

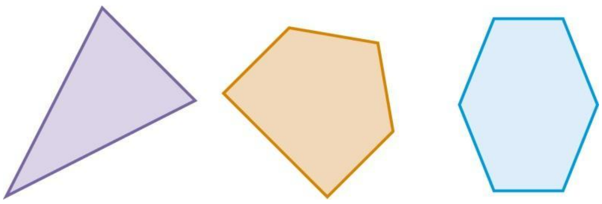


13. Halla todos los ejes y de simetría de las siguientes figuras. Indica si tienen centro de simetría:





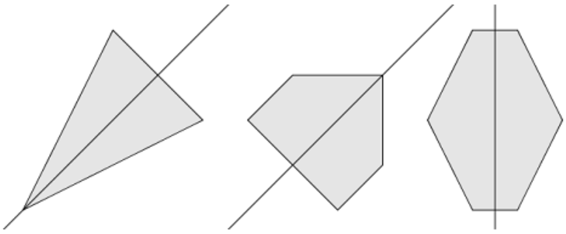
14. Busca ejes de simetría en los siguientes polígonos.



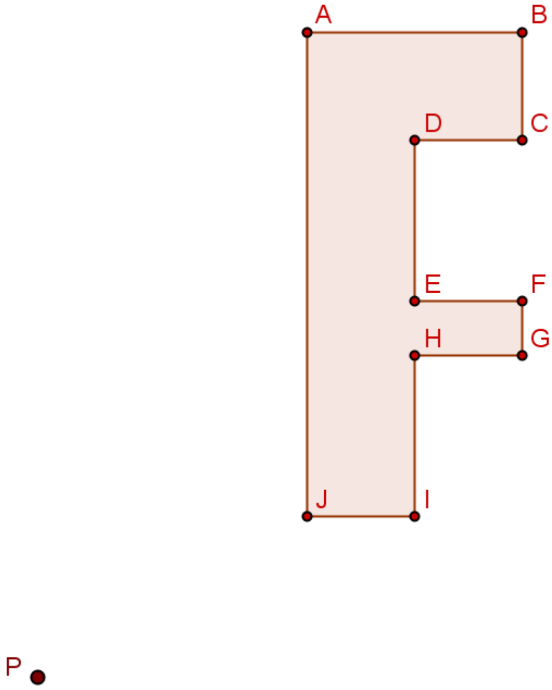
Colegio Bilingüe VEGA SUR

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

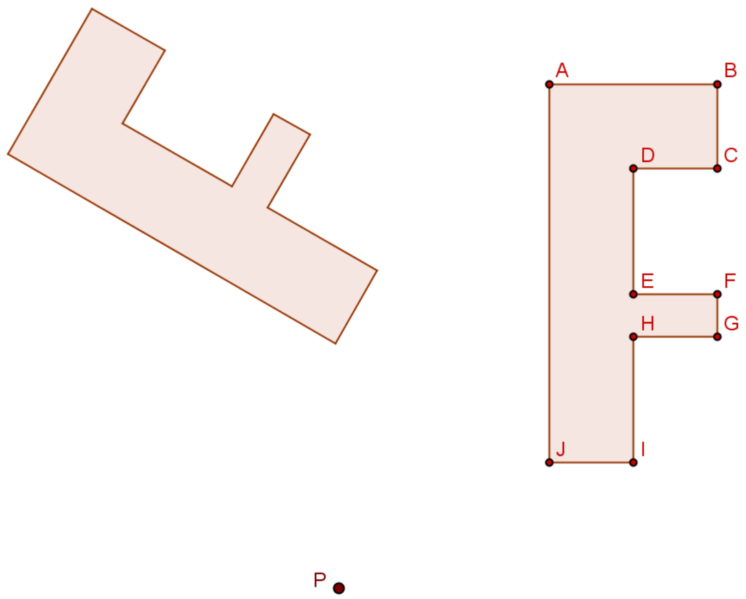


15. Realiza un giro de centro P y amplitud 60° de la siguiente figura:



c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es



2.3 Dando forma a nuestro entorno.

1. **Calcula la cantidad de cartón que se necesita para hacer una caja de cartón sin tapadera cuya base tiene 25 cm de ancho y 30cm de largo, y cuya altura es de 50 cm.**

   2. $A_T = 25 \cdot 30 + 2 \cdot 25 \cdot 50 + 2 \cdot 30 \cdot 50 = 6250\ \text{cm}^2$

2. **Calcula el volumen de un prisma hexagonal regular cuya base tiene lado 6 m y que mide 5 m de altura.**

   La apotema de la base, *a*, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2$ m.

   El área de la base es $A_B = \dfrac{6 \cdot 6 \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6\ \text{m}^2$.

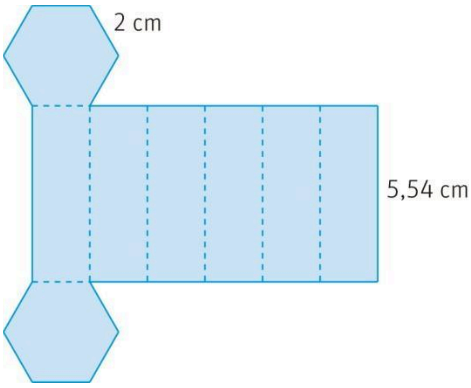
   El volumen es $V = 93{,}6 \cdot 5 = 468\ \text{m}^3$.

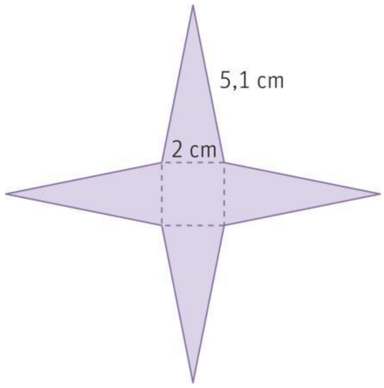
3. **Calcula el volumen de una pirámide cuadrangular regular cuya base tiene 10 m de lado y que tiene una altura de 25 m.**

   El área de la base es $A_B = 10^2 = 100\ \text{m}^2$.

   El volumen es $V = \dfrac{100 \cdot 25}{3} = 833{,}33\ \text{m}^3$.

4. **Identifica los siguientes poliedros. Calcula su área lateral, su área total y su volumen.**





a) Prisma hexagonal regular, cuyo lado de la base mide 2 cm y, la arista lateral, 5,54 cm.

La apotema de la base, a, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $a = \sqrt{2^2 - 1^2} = 1{,}73$ cm .

El área de la base es $A_B = \frac{6 \cdot 2 \cdot 1{,}73}{2} = 10{,}38 \text{ cm}^2$.

El área lateral es $A_L = 6 \cdot 2 \cdot 5{,}54 = 66{,}48 \text{ cm}^2$.

El área total es $A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 10{,}38 + 66{,}48 = 87{,}24 \text{ cm}^2$.

El volumen es $V = 10{,}38 \cdot 5{,}54 = 57{,}51 \text{ cm}^3$.

b) Pirámide cuadrangular regular, cuyo lado de la base mide 2 cm y, la arista lateral, 5,1 cm.

El área de la base es $A_B = 2^2 = 4 \text{ cm}^2$.

La apotema de la pirámide, a_p, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $a_p = \sqrt{5{,}1^2 - 1^2} = 5$ cm .

El área lateral es $A_L = 4 \cdot \frac{2 \cdot 5}{2} = 20 \text{ cm}^2$.

El área total es $A_T = A_B + A_L = 4 + 20 = 24 \text{ cm}^2$.

La altura, h, de la pirámide se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{5^2 - 1^2} = 4{,}9$ cm .

El volumen de la pirámide es $V = \frac{4{,}9 \cdot 4}{3} = 6{,}53 \text{ cm}^3$.

5. Calcula el área de una superficie esférica de 8 cm de diámetro.

El área es $A = 4 \cdot \pi \quad 4^2 = 200{,}96 \text{ cm}^2$.

6. Calcula el volumen de un cono cuya base tiene 10 m de radio con una generatriz de 25 m.

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

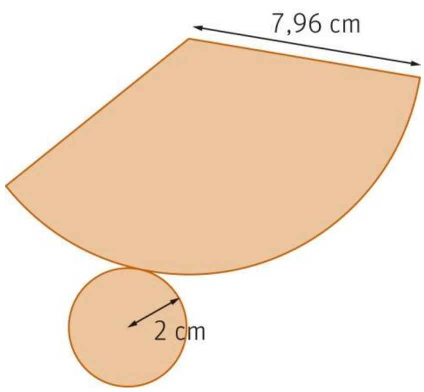
La altura del cono, h, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{25^2 - 10^2} = 22{,}92$ m .

El área de la base es $A_B = \pi \quad 10^2 = 314$ m^2.

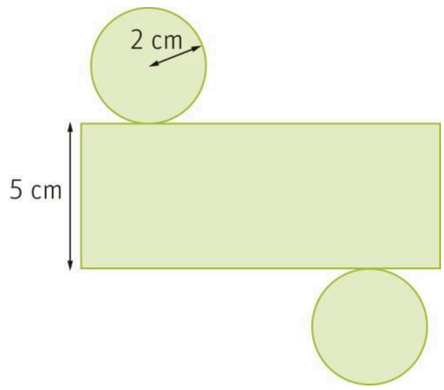
El volumen es $V = \dfrac{314 \cdot 22{,}92}{3} = 2397{,}91$ m^3 .

7. Identifica los siguientes cuerpos. Calcula su área lateral, su área total y su volumen.

a)



b)



Se trata de un cono cuyo radio de la base mide 2 cm y, su generatriz, 7,96 cm.

El área de la base es $A_B = \pi \quad 2^2 = 12{,}56$ cm^2.

El área lateral es $A_L = \pi \quad 2 \cdot 7{,}96 = 49{,}99$ cm^2.

El área total es $A_T = A_B + A_L = 12{,}56 + 49{,}99 = 62{,}55$ cm^2.

La altura del cono, h, se calcula aplicando el teorema de Pitágoras: $h = \sqrt{7{,}96^2 - 2^2} = 7{,}7$ cm .

El volumen es $V = \dfrac{12{,}56 \cdot 7{,}7}{3} = 32{,}24$ cm^3 .

c/ Fernando El Católico, 8
28330 San Martín de la Vega - MADRID

91 808 79 76 / 638 082 637
secretaria@colegiovegasur.es

b) Cilindro cuyo radio de la base mide 2 cm y, su altura, 5 cm.

El área de la base es $A_B = \pi \cdot 2^2 = 12{,}56$ cm^2.

El área lateral es $A_L = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 5 = 62{,}8$ cm^2.

El área total es $A_T = 2 \cdot A_B + A_L = 2 \cdot 12{,}56 + 62{,}8 = 87{,}92$ cm^2.

El volumen es $V = 12{,}56 \cdot 5 = 62{,}8$ cm^3.